

**AĞAÇLARDA BÜYÜMEYE AİT MATEMATİKSEL
MODELLER VE BU MODELLERİN
KARŞILAŞTIRILMALI OLARAK İNCELENMESİ**

Analysis on Mathematical Models of Tree Growth And Comparison
of These Models

Abdulkadir YILDIZBAKAN*
Prof. Dr. G. Tamer KAYAALP**

***Doğu Akdeniz Ormancılık Araştırma Enstitüsü**
Eastern Mediterranean Forestry Research Institute
P.K. 18 33401 TARSUS

****Çukurova Üniversitesi Ziraat Fakültesi Zootekni Bölümü**
Department of Animal Sciences of Faculty of Agriculture of
Cukurova University
01330 Balcalı ADANA

DOĞU AKDENİZ ORMANCILIK ARAŞTIRMA MÜDÜRLÜĞÜ

DOA DERGİSİ (Journal of DOA)

Sayı: Sayfa: Yıl:

Bu makale; Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Zootekni Anabilim Dalında 2002-2005 yılları arasında yapılan yüksek lisans tezinden özetlenmiştir.

KISA ÖZET

Bu çalışmada ağaç büyümesinin temel özellikleri ve bu özellikleri tanımlamada kullanılan matematiksel modeller karşılaştırılmalı olarak incelenmiştir. Karşılaştırmada okaliptüs (*Eucalyptus camaldulensis* Dehn.) ağaç türünden elde edilen veriler kullanılmıştır. Bu nedenle, Lojistik, Monomoleküler ve Gompertz büyüme modelleri incelenmiş ve karşılaştırılmaları için doğrusal olmayan regresyon analizi yapılmıştır.

Bu doğrusal olmayan modellerin regresyon analizi sonucunda en düşük hata kareleri ortalaması (0.56), en yüksek belirtme katsayısı ($R^2=0.998$) Gompertz büyüme modelinde hesaplanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Okaliptüs, Ağaç Büyümesi, Büyüme Modeli, Matematiksel Model

This paper was summarized from master thesis done at Department of Animal Science, Institute of Natural and Applied Sciences, University of Çukurova between 2002-2005 years.

ABSTRACT

In this study, the basic characteristics of tree growth and mathematical models for defining these characteristics were studied comparatively. In addition to nonlinear regression analysis Logistic, Monomolecular and Gompertz growth were studied on the data taken from *E. camaldulensis* Dehn.

According to the results obtained from regression analysis of these nonlinear models' least mean square error (0.56) and the highest determination of coefficient (0.998) were calculated for Gompertz growth model.

Key Words: Eucalyptus, Tree Growth, Growth Model, Mathematical Model,

1.GİRİŞ

Büyüme, canlıların en önemli biyolojik özelliklerinden birisidir. Büyüme bir toplumun veya bir organizmanın büyüklüğünde zamanla görülen gelişmedir (GÜNEL, 1978). Ağaçtaki büyüme, zaman içinde ağacın çap, boy ve hacim olarak artmasıdır. Ağacın büyümesi, meristem dokusunun faaliyete geçmesi ile başlamaktadır. Boyuna uzamalar; vejetasyon konilerindeki apikal meristem hücrelerinin, çap büyümesi ise; vasküler meristem hücrelerinin büyüme, uzama, farklılaşma ve olgunlaşma gibi aşamaları tamamlayarak değişmez dokular haline gelmesi ile gerçekleşir.

Büyüme, ağacın genetik yapısı ile çevre koşullarının ortaklaşa etkileri altında oluşur. Ağacın gereksinim duyduğu besin maddelerinin bir kısmı fotosentez ile bitki içinde oluşturulduğu halde diğer bir kısmı dışarıdan alınmaktadır. Boy büyümesi çap büyümesinden daha az süre devam etmekte, kök uzaması ise çap ve boydan daha uzun sürmektedir.

Biyolojik yaşamı açıklamaya çalışmak veya tahmin etmek, neden-sonuç ilişkisini belirlemekten geçer. Biyolojik gelişmeyi diğer gelişmelerden ayıran temel özellik, oluşan yeni kısmın, hiç değilse bir parçasının, canlı dolayısı ile büyüebilme yeteneğinde olmasıdır. Büyüme modeli, farklı zaman ve durumlardaki gelişmeyi önceden tahmin eden bir denklemler bütünüdür.

Matematik model kullanılmadan verilerin toplu olarak kavranılması ve işlenilmesi, bulgulara açıklık, geçerlilik ile daha geniş boyutlar kazandırılması zordur. Zira matematiksel tanımın önemli bir niteliği birleştirici oluşudur. Temel varsayımın yerine gelmesi halinde daima yanlı sonuçlara ulaşılabilir. Matematiksel tanımın olayları idealleştirmeyi ve soyutlaştırmayı gerektirdiği, ancak bu ideal durumların doğada yeterli sıklıkta bulunmadığı da bir gerçektir. Bir sistemi oluşturan ve kontrol eden bütün etkenlerin sayısal olarak tanımlanmasının her zaman mümkün olmadığı bir gerçektir. Büyüme modeli, farklı zaman ve durumlardaki gelişmeyi önceden tahmin eden denklem sistemini gösterir (VANCLAY, 1994).

Ormancılık gibi biyolojik bilim dallarında, araştırma konusu olan ağacın büyümesi birçok etken altında olduğundan, bunların bir kısmını sayısal olarak tanımlanması her zaman mümkün değildir. Bu nedenle fizik,

kimya gibi kesin bilimlerde kullanılan metotların biyolojik sistemler için de aynı başarıyla kullanılamayacağı kanısı vardır. Bununla birlikte artım ve büyümenin değişik şartlar altında dahi gösterdiği benzerlik, bunun bir matematiksel ifade ile açıklanabileceğini düşüncesini desteklemiş ve bu amaçla pek çok çalışma yayınlanmıştır. Bununla birlikte bir ağacın veya meşcerenin matematiksel tanımını yaparken bütün etkenlerin modelde temsili zorunluluğu yoktur. Eğer temel model ortaya konulabilse, modelin parametrelerini değiştirerek, benzer problemleri değişik şartlar altında araştırılma olanakları da ortaya çıkar.

Ormancılıkta, ağaç ve meşcerelerin daha çok toprak üstünde kalan kısımlarındaki artım ve büyümeye ilgi duyulmuştur. Ağacın boyu, çapı, göğüs yüzeyi (1.30 cm' deki), hacim ve ağırlığında görülen gelişmeler araştırma ve incelemelere konu olmuştur. Son zamanlarda organik kütleliyi oluşturan her parçanın büyümesini hesaplamak önem kazanmıştır. Organik kütlenin (biomass) gelişiminin bilinmesi ağaç ve meşcereden çok amaçlı bir yararlanmayı oluşturan herhangi bir unsurun gelişimini izlemek mümkün olabilmektedir (NEMETH, 1973). Organik kütlenin tahmininde organik kütlenin unsurlarının bireysel ve ortak gelişimlerinin kavranması zorunludur.

Bu çalışmanın amacı, Tarsus-Karabucak okaliptüs ağaçlandırma sahalarından elde edilen verilerle önceki araştırmacılar tarafından ortaya konulan Monomoleküler, Gompertz ve Lojistik büyüme modellerine doğrusal olmayan regresyon analizi uygulamaktır. Ayrıca, analiz sonuçlarını karşılaştırarak ve okaliptüs ağaçları için ortalama bir boylanma denklemi elde etmek ve kullanılan bu büyüme modellerini sonuçlarına bağlı olarak boylanmanın alt ve üst sınırlarını saptamaktır. Bu bilgiler, ilgili ağaç türünün idare süresinin belirlenmesi ve gelecekte, büyüme modellerinin oluşturulması için temel atlık olarak kullanılacaktır. Önemi ise, literatür de bu konuda duyulan eksikliği tamamlamak ve idare süresi (kesim zamanı) uzun olan ağaçlandırma çalışmalarının gelecekle ilgili büyüme ve artımları hakkında ülkemiz ormancılığına katkıda bulunmaktır

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Bitkilerdeki büyümeyi birtakım değişkenlerle tanımlayıp onların geleceği hakkında öngörülebilir bulunma çalışmaları uzun zamandan beri yapılmaktadır. Biyolojik olayların matematik modellerle tanımlanması 18. YY.'a kadar uzanmaktadır. O tarihten günümüze kadar bu amaca dönük pek çok başarılı model ortaya konmuştur. D'Arcy Thompson, Lotka, Volterra, Gause, Backmann, Von Bertalanffy, Rashevsk matematiksel biyoloji alanında akla gelen isimlerdir. Ormanın, artım ve büyümesinin tespiti amacıyla yapılan çalışmaları, kullanılan matematik modellerinin nitelikleri itibariyle iki grupta toplamak mümkündür (GÜNEL, 1978).

- 1) Ampirik Modeller,
- 2) Asimtotik Modeller

2.1. Ampirik Modeller

Ampirik modeller, nedenleri teşhis etmeye veya olayı açıklamaya kalkışmadan, bağımlı değişkenin hareketini tanımlayan ifadelerdir. Bu ampirik fonksiyonların biyolojik olarak gerçekçi tahminleri sağlamadıkları anlamına gelmediği gibi, biyolojik temelli denklemlerden aşağı kalırlar anlamına da gelmez. Ampirik denklemlerin en yaygın olarak kullanılan şekli doğrusal denklemler olup, doğrusal olmayanları da vardır (VANCLAY, 1994).

Ormancılıkta artım ve büyümeyi belirgin şekilde ortaya koymak amacıyla ampirik modeller kullanılmıştır. Bu ifadeler yanında varsayımlara dayanan modeller de geliştirilmiştir. Fakat doğrusal denklemlerin yaygın olarak büyüme ve artım çalışmalarında kullanılmaları çeşitli avantaj ve dezavantajlar sunarlar. Hesaplama kolaylığı en başta gelen avantajlarından biridir. Varsayımlar değişse bile bu denklemlerde çözüm tek ve oldukça etkindir. Genellikle biyolojik esaslara dayanmadıkları için genelleştirilmelerinin çok sınırlı oluşu ise dezavantaj teşkil etmektedir. Ayrıca, doğrusal olmayan ampirik modellerin dezavantajı ise verileri tahmin ederken istatistik dağılımı dışındaki değerler için anormal tahminler verebilmeleridir. Bu tür ifadeler daha çok fonksiyonel ilişki karakterinde olup GÜNEL (1978), tarafından verilmişlerdir.

Ampirik modeller fonksiyonel ilişki karakterinde olmaları ve biyolojik esaslara dayanmadıklarından başarı ve geliştirilmeleri çok sınırlı kalmıştır. Bu ifadelerin artım ve büyümenin saptanmasında kullanılmalarında en belirgin yetersizlik t (yaş)'ın yüksek değerleri için anlamsız sonuçlar vermeleridir.

Ampirik denklemlerde, büyümenin biyolojik esasları dikkate alınmamakta, özel ve sınırlı varsayımlar yeterli görülmektedir. Organizmanın yaşamı boyunca etkisi altında kaldığı temel biyolojik kuralların büyüme modeline dâhil edilmemesi hiç şüphesiz modelin başarısını azaltmakta, modelin geliştirilebilmesini de engellemektedir.

2.2. Asimtotik Modeller

Bu modeller, bitkilerdeki biyolojik büyüme gerçeğinden hareket ederek ortaya çıkan ve bağımsız değişken sonsuz iken bağımlı değişkenin tahmin edilen bir asimtotik değeri olduğu gerçeğinden hareket eden fonksiyonlardır. Bu büyüme modelleri doğrusal olmayan fonksiyonlar olup büyüme seyirlerinde değişiklik gösterebilirler. Bunlar Lojistik, Monomoleküler, Gompertz, Von Bertalanffy, Richard, Backman ve Kıra gibi modellerdir. Bu çalışmada da asimtotik modeller kullanılacaktır.

Asimtotik modeller öncelikle hayvanların büyümeleri ile ilgili çalışmalarda kullanılmış, başarılı olunması nedeni ile bitki ve ağaç büyümelerinde de kullanılmaya başlanmıştır (EFE, 1990).

Ormancılığın temel ögesi olan orman, doğadaki canlı ve cansız varlıkların karşılıklı ilişkilerle oluşturdukları bir ekosistemdir. Bu ekosistemde organik maddenin sentez edildiği, yeni maddelerin oluşturulduğu, enerjinin depolandığı bir ortamdır. Bu ekosistemdeki bir ağaç veya meşcerenin çeşitli yetiştirme ortamlarındaki büyümeleri, kurulacak matematiksel modeller yardımıyla açıklamak mümkündür. Bu modeller tohum üretimi, çimlenmesi, meşçereye katılmalar, ağaçların büyümesi, meşcereden herhangi bir yolla ayrılmalar ile meşçerede uygulanacak bakım kesimleri sonucunda meşcerenin ne durumda olacağını izleme olanağını sağlarlar. Meşçere modelleri sonuçları bakımından hasılat tablolarına benzerler. Aralarındaki en büyük fark,

hasılat tablolarının meşcere ortalamalarını, meşcere modelleri ise, tek ağaçların büyümelerini esas almalarıdır (ALEMDAĞ, 1978).

Ayrıca ağaç büyümesi üzerinde çok sayıda faktör etkili olduğundan, bu faktörlerin çoğunu modele katmak mümkün değildir. Aynı meşcerede yan yana büyüyen iki ağacın büyümesi bile birbirinden farklıdır. Bütün bunlara rağmen ağaç veya meşcerenin büyümesinin belli biyolojik kuralları vardır. Bu kurallardan yararlanarak büyüme ve artımlar modellenmeye çalışılmıştır. Bunu yaparken de biyolojik esaslara dayanan nicel modellerin ampirik modellerden daha iyi sonuç verdiği görülmüştür.

Modelin yeterliliği, deney ve gerçek durumlarla kontrol edilerek ortaya konabilir. Ancak modelin verilere uygunluk göstermesi modelin başarısı hakkında her zaman bir kanıt değildir. Ampirik modellerde kullanılan parametreler biyolojik esaslara dayanmadığından çevre ve bünye şartlarının değişmesi ile modelin ne yönde değişeceği önceden kestirilemez. Modelin tek bir olaya uyması doğruluğunu göstermez. Farklı durumlarda model test edilerek doğruluğu kanıtlanmaya çalışılmalıdır. Model, sistemin tamamını veya bir parçasını temsil edebilir. Bu alt modellerin bir araya getirilmesi ile ana model oluşturulabilir. Modeller genel veya yerel olabilir. Bazıları, ancak belirli çevre veya bölgede geçerli olabilirken, diğerleri çok daha geniş bölge ve iklimde bu niteliği gösterebilmektedir (Örneğin, ormancılıkta yerel ve genel hasılat tablolarında görüldüğü gibi).

Uygun bir modellemede iki durumun gerçekleşmesi beklenir. Birincisi; model gözlemleri iyi temsil edebilmesidir. İkincisi ise, modelin mümkün olduğu kadar basit olmasıdır. Doğal sistemlerin modellendirilmesinde yalnız mantık yoluyla geçerli model elde etmeğe çalışmak verimsiz ve yanıltıcı olmaktadır.

Matematiksel model, değişkenler arasında önceki ölçme ve gözlemler sonucu elde edilen bilgiler yardımıyla ortaya konan mantıksal ilişkinin ifadesi, diğer bir deyişle, bir varsayımın formüle edilmiş şeklidir. Bu varsayım gerçek verilerle kontrol edilip, modelde gerekli düzeltmeler yapılabilir. Matematiksel modelle ampirik ifadeleri ayıran temel özellik, matematiksel modelde değişkenler arasındaki ilişkinin seziden çok mantıksal ve sistematik esaslara dayandırılmış olmasıdır; bu nedenle,

ampirik ifadelerden daha kapsamlı ve etkin, dolayısıyla yorum ve genelleştirmeye daha uygundurlar. Matematiksel modelleri, değişkenler arasındaki ilişkinin karakterine göre, deterministik (kesin) ve stokastik (tesadüfi) olmak üzere iki grupta toplamak mümkündür. Deterministik ilişkide, bağımsız değişkenlerin belirli değerlerine bağımlı değişkenin tek bir değeri tekabül etmektedir. Bu model, beklenen kalite ve meşcere durumunu göstermek için kullanılabilir. Stokastik ilişkide bağımlı değişkenin birden çok değeri, belirli bir olasılıkla gerçekleşebilmektedir. Stokastik model farklı tahminler bulunarak doğal farklılıkları göstermeye çalışır. Modelin hangi karakterde seçileceği araştırma konusuna, araştırmacının ilgisine ve eldeki olanaklara göre karşılaştırılmaktadır. Dinamik ve karmaşık olan ağaç ve meşcere büyümesini, sürekli denemeler yaparak birbirinden ayrı çözüm yöntemlerini belirlemek gerekir. Bu güç ve zaman alıcıdır (GÜNEL, 1978).

Aynı zamanda belirsizliklerle dolu biyolojik bir varlık olan orman ve onun bir ögesi olan ağaç büyümesinin artım ve verimini tespitinde matematiksel bağıntılar kullanılmıştır. 1960 yılından itibaren matematiksel karar modeline dayalı işleyen yöneylem araştırması yöntemlerinin ormancılıkta kullanılmaya başlanması ile ağaç ve meşcere büyümesi konusunda büyük ilerlemeler kaydedilmiştir. Yöneylem araştırması yöntemlerinden olan simülasyon, çok aşamalı sorun çözme tekniği olarak tanımlanabilir (PALLEY VE OREGAN, 1961).

OPIE (1968), her ağacın etrafında daire şeklinde bir yarışma alanı olduğunu düşünmüş ve buna "Etki Zonu" demiştir. Bu zonun yarıçapını da göğüs çapının bir fonksiyonu olarak hesaplamış ve göğüs çapının küçüklüğü oranında bu ilişkinin kuvvetli olduğunu ifade etmiştir. Bu çalışmada konu komşu ağaçların etki zonlarının göğüs çapına olarak izdüşümleri çıkarılmış ve konu ağacın örtülme derecesi hesaplanmıştır. Bu örtülme derecesi bir göğüs yüzeyi faktörü ile çarpılarak "Göğüs Yüzeyi Yoğunluğu" hesaplanmıştır. Daha sonra konu ağacın büyümesi, bu göğüs yüzeyi yoğunluğunun bir fonksiyonu olarak hesaplanmıştır.

HAMILTON (1969), mesafeye bağlı oran indislerinin ilk kullanıcısı olmuş ve bu indisi, konu ağaçla komşu ağaçlar arasındaki mesafe ile bu konu ağaçla komşu ağaçların göğüs çapı ve tepe yarıçaplarının oranlarının bir fonksiyonu olarak hesaplamıştır.

EFE (1990), atfen KIDWELL VE ARK. (1969), Gompertz fonksiyonu ve onun özellikleri ile ilgili çalışmışlardır. KENDALL (1985), Gompertz eşitliğinden yola çıkarak, bir tümör popülasyonunun Gompertzian büyümesini incelemiş ve bir tümör popülasyonu modelini geliştirmiştir. MICHELSON VE ARK. (1987) ise, bu modelle insanlarda lenf bezi kanserine ait bir urun büyümesini incelemişlerdir (EFE, 1990).

Canlıların büyümesini doğrusal olmayan modellerin bir fonksiyonunu kullanarak açıklamak birçok farklı özellikler nedeni ile başarılı olduğunu belirtmiştir (SANDLAND VE MCGILHRIST, 1979; SCHNUTE, 1981).

HUNT (1982), bitkilerin büyümesi konusunda o yıla kadar büyüme açısından hem doğrusal hem de doğrusal olmayan büyüme fonksiyonları ele almış ve bitki büyümesi konusunda çalışmıştır.

CLUTTER VE ARK. (1983), Von Bertalanffy-Richards büyüme fonksiyonlarının orman büyüme modeli için kullanılması ilk kez 1963'de Turnbull ve 1965'de Pienaar tarafından yapılan bir çalışmada kullanıldığını açıklamıştır. Bu çalışmalarda, bu modelin temel biyolojik hususlarında içerdiği ve ormancılık uygulaması için çok esnek ve genel olarak yeterli olduğu kanıtlanmıştır.

MARTIN VE EK. (1984), *Pinus resinosa* Ait. ağaçlandırma sahalarında yaptıkları bir araştırmada mesafeye ve mesafeye bağlı olmayan değişik yarışma endeksi modellerinin çap artımıyla olan ilişkilerini incelemişlerdir. Bu çalışmada çap artımını kestirmede kullanılan model, yarışma endeksinin de eklenmesiyle önemli ölçüde iyileştirilmiştir. Bununla birlikte, boy büyümesiyle yarışma endeksi arasında anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir.

SARAÇOĞLU (1988), Karadeniz Gökmar (Abies nordmanniana (Stev.) Mattf.) meşcerelerinde yaptığı çalışmasında meşcere içerisinde büyüyen bir ağacın büyümesini etkileyen komşuluk ilişkileri ve diğer çevre faktörlerinden kaynaklanan baskıyı ölçümlenmiştir. Bunun için yaş-kabuklu göğüs çapı ilişkisinden yararlanılmış ve bu baskı derecelendirilerek baskı derecesi (BAD), baskı sınıfı ile baskı endeksi (BAE) oluşturulmuştur. Daha sonra, baskı derecesinin nedeni olan bonitet ve meşcere sıklık derecesi ile optimum meşcere artım ve büyüme ilişkileri incelenmiştir.

USTA (1991), ağaçlarda büyüme alanlarını, “Potansiyel Büyüme Alanı” ve “Etkin Büyüme Alanı” olarak iki şekilde hesaplamıştır. Potansiyel büyüme alanının, ağaçları birleştiren doğru parçasının ortasından geçen dik doğruların oluşturduğu poligon alanı şeklinde hesaplanmıştır. Bu çalışmada, etkin büyüme alanı olarak taç alanı kabul edilmiştir. Ayrıca potansiyel büyüme alanı ile büyüme alanı arasındaki ilişkiler de incelenmiştir.

YAVUZ (1992), değişik yaşlı Doğu Ladin (*Picea orientalis* (L.) Link.) meşcerelerinin büyümesini Markov Zincirleri kullanarak simüle etmiştir. Simülasyon 100 yıllık büyüme için yapılmış ve her 10 yıllık büyüme dönemleri sonunda deneme alanlarının değişik büyüme karakteristikleri hesaplanmıştır.

ERKAN (1996), Kızılçamda (*Pinus brutia* Ten.) meşcere gelişmesinin simülasyonu adlı çalışmada, tek ağaç büyümesini esas alarak değişik koşullardaki büyüme gelişme ilişkilerini tespit etmiş ve “Büyüme Endeksi” (BEN) adında yeni bir endeks geliştirilmiştir.

YUANCAI, MARQUES VE MACEDO (1997), Bertalanffy-Richards ve Schnute modelleri analitik dönüşüm ve mukayese yoluyla, farklı fonksiyon şekillerine ve parametrelerine sahip olmalarına rağmen eşdeğer olduklarını göstermişlerdir.

ÖZCAN (2002), Sahilçamı (*Pinus pinaster* Ait.) ağaçlandırmalarında artım ve büyüme adlı çalışmada, sahil çamı meşceresinin gelişimi, meşcere ilişkileri, değişik sosyal sınıftaki ağaçların gelişmelerini açıklamak için iki farklı metot kullanılmıştır. İlk metot da, meşcere ortalamalarına dayanarak hasılat tablosu oluşturulmuştur. İkinci metot da ise aynı tablolar simülasyon tekniği ile, tek ağaçların büyüme ve gelişmeleri esas alınarak oluşturulmuştur

3. MATERYAL VE METOT

Büyümenin biyolojik esaslarını da içeren matematiksel modellerin belirlenmesi ve irdelenmesi amacıyla büyüme ile ilgili genel ve biyolojik hususların kısaca anlatılması, bununla ilgili ağaç ve meşcere büyümesini tanımlamada biyolojik gerçekleri de içeren ve bu çalışmada

kullanılan Asimtotik modeller verilecektir. Ayrıca materyal olarak kullanılan okaliptüs (*Eucalyptus camaldulensis* Dehn.) ağacı ve verilerin elde edildiği bölge hakkında bilgi verilecektir.

3.1. Materyal

Bu çalışmada kullanılan veriler, Doğu Akdeniz Ormancılık Araştırma Müdürlüğü tarafından yürütülen Okaliptüste (*Eucalyptus camaldulensis* Dehn.) Genetik İslah Çalışmaları Klon Denemesinden elde edilen yaş ve boy değerleri kullanılmıştır. Bu deneme Doğu Akdeniz Bölgesinde Tarsus/Karabucak'ta 1992 yılında kurulmuştur. Bölgede, yazları sıcak ve kurak kışları ılıman olan tipik bir Akdeniz İklimi görülmektedir. Yıllık ortalama yağış 616 mm, en düşük sıcaklık $-8,5^{\circ}\text{C}$ dir. Deneme alanının koordinatları $36^{\circ} 51' \text{ N}$ enlemi ve $34^{\circ} 52' \text{ E}$ boylamı olup, denizden yüksekliği 8 m'dir. Toprak killi balçık karakterinde, organik maddece zengin (% 5.6), tuzsuz pH=7.7–8.0 ve hidromorfik alüviyaldır (GÜLBABA, 2002).

Okaliptüstür genel olarak, Avustralya ve yakın çevresinde bulunan adaların asli ağacı olarak bilinse de yayılışları yalnızca adı geçen yerlerle sınırlı değildir. Bazı türler Papua Yeni Gine'de, Endonezya takımadalarının doğusunu oluşturan bazı adalarda (Örneğin Timor, Filores, Wetor'da) ve Filipinler'in Mindanao adasında doğal olarak bulunurlar. Hatta iki tür (*E. deglupta* ve *E. urophylla*) Avustralya'da bulunmamaktadır (Gürses, 1990). Öte yandan KAYACIK (1982), atfen okaliptüsün *E. oceanicafolia* Nng. türünün Tersiyer'de bundan 50–60 milyon yıl önce Tarsus dolaylarında doğal olarak yetiştiğini bildirmektedir.

Verilerin alındığı parsel, 3X3 metre aralık-mesafe ve 4X4=16 adet fidandan oluşmaktadır. Her yıl, her parsel ortasındaki 4 adet ağaçta çap ve boy ölçümleri yapılması planlanmıştır. Ancak bazı kurumlar nedeni ile on yılsonunda 10X4X2X50=4000 ölçü yapılması gerekirken on yılsonunda 3780 adet ölçü yapılmıştır. Bu çalışmada kullanılan verilerin ait olduğu okaliptüs ağacına ait maksimum boyun bulunması için, ölçülen boy değerlerinin aritmetik ortalamaları alınmıştır. Tablo 1'de her bir yaş için ortalama ağaç boyları ve tanımlayıcı istatistikler verilmiştir (Tablo 1).

Tablo: 1- *Eucalyptus camaldulensis* Dehn. Örnek Ağaçların Her Bir Yaş Sınıfına Göre Sayısı ve Tanımlayıcı İstatistikler.

Table: 1- Descriptive Statistic's and Number of Each Age Class of Sample Trees of *Eucalyptus camaldulensis* Dehn.

| Yaşlar(Yıl) | Dikim Yaşı (0) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------------------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Ortalama Boy (Mt.) | 0.41 | 3.23 | 7.45 | 11.41 | 14.83 | 18.11 | 18.95 | 19.69 | 21.50 | 23.40 |
| Gözlem Sayısı | 378 | 378 | 378 | 378 | 378 | 378 | 378 | 378 | 378 | 378 |
| Standart Hata | 0.006 | 0.024 | 0.037 | 0.050 | 0.070 | 0.113 | 0.112 | 0.112 | 0.131 | 0.167 |
| Varyasyon Katsayısı % | 29.95 | 14.46 | 9.77 | 8.58 | 9.19 | 12.14 | 11.53 | 11.03 | 11.87 | 13.91 |

3.2. Metot

3.2.1. Lojistik (Otokatalatik) Model

Lojistik model üç parametrelidir olup aynı zamanda “Otokatalatik” fonksiyon olarak da bilinir. Bu modelde herhangi bir andaki büyüme hızı, o yaştaki büyüklük ve büyüme olanaklarının henüz kullanılmamış kısmı ile orantılı kabul edilmektedir. Organizma büyüdükçe bu pay azalacak, böylece büyüme yavaşlayacak ve bu durum organizma doygunluk noktasına gelinceye kadar devam edecektir (GAUSE, 1969).

Birim artımla büyüklük arasındaki ilişkinin doğrusal oluşu lojistik büyüme modelinin karakteristiğidir. Bir büyümenin lojistik forma uyumadığı bu şekilde kontrol edilebilir. Lojistik büyüme modeli;

$$Y_i = \frac{C}{1 + e^{A+Bt_i}} + e_i$$

Lojistik büyüme modelinin parametreleri şunlardır.

C= Asimtotik büyüklük (mm, cm veya m.),

Y_i= i yaşındaki büyüklük (mm, cm veya m.),

A= Canlının başlangıç büyüklüğüne ait bir ölçü (sabit),

B=Doğuştan gelen büyüme artış oranı,

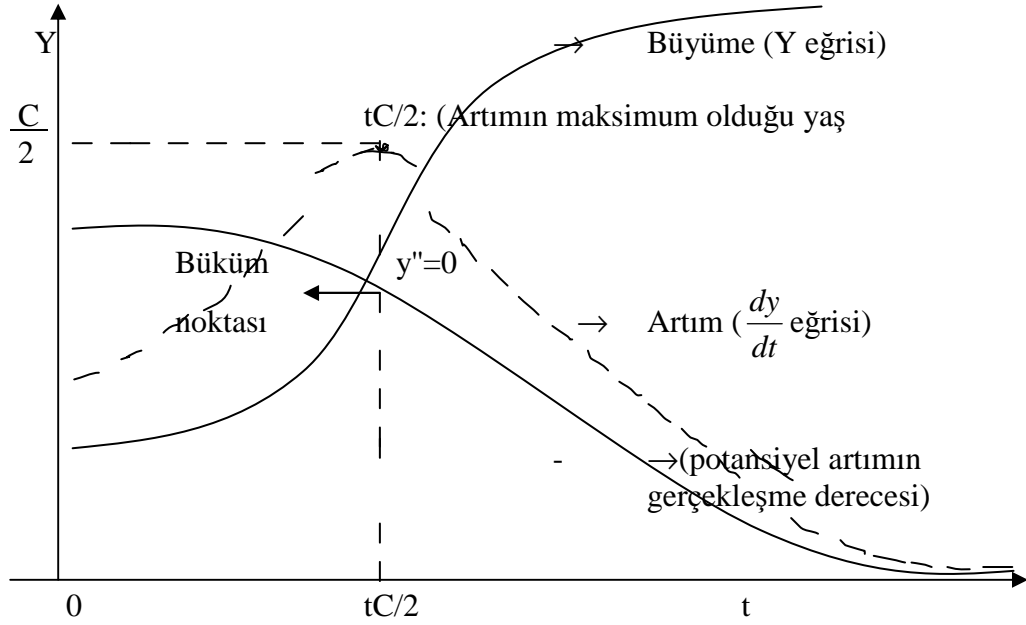
t=Yaş (i=0,1,2,3,...yıl),

e=2,71828

e_i= Hata terimi

Büyüme modelin büküm noktası canlının $\frac{C}{2} = \frac{Y_{\max}}{2}$ büyüklüğüne ulaştığı yaş olup, artım da maksimum olmaktadır. Bu yaş, büyüme eğrisinin ikinci türevinin sıfıra eşit olduğu yaş yani büküm noktasıdır. Bunun anlamı gençlikte ve ileri yaşlarda artım aynıdır. Bu ise biyolojik gerçeğe uymamaktadır. Bu nedenle lojistik modeli iyileştirmek için çeşitli düzeltmeler yapılmış, değişik lojistik fonksiyon ilişkileri önerilmiştir. Bu büyüme modelinin biyolojik önemi, genellikle doğuştan gelen büyüme artış oranı olan B parametresine ve C (asimtotik) değerine bağlanmaktadır.

Lojistik büyüme modeli doğrusal olmayan bir modeldir. Doğrusal olmayan regresyon analizinin uygulanabilmesi için parametrelerin başlangıç değerlerinin doğru tahmin edilmesi büyük önem arz eder. Lojistik büyüme modelinde C (asimtotik) değerinin başlangıç tahmin değerinin alınmasında gözlenen verilere ait yaş-boy grafiğindeki (Şekil 5) en büyük boy değerinden büyük ve ona yakın bir değer alınır. Diğer bir parametre olan A'nın başlangıç değerini bulmak için gözlenen verilere ait ilk boy (t=0) değeri ile C parametresinin başlangıç değerleri modelde yerine konularak elde edilen değer A parametresinin başlangıç değeri olarak alınır. B parametresinin tahmin etmek için bir önceki C ve A değerlerini kullanarak (t=1) boy değeri için Lojistik büyüme modelinde yerine konulup B'nin başlangıç değeri bulunur. Bulunan bu değerler doğrusal olmayan regresyon analizinde parametrelerin başlangıç değerleri olarak alınır. Bulunan bu parametreler modelde yerine konularak yapılan doğrusal olmayan regresyon analizi sonucunda bulunan yeni parametre değerleri ilgili büyüme modelinde yerine konularak, gözlenen veriler için tahmini Lojistik büyüme modeli elde edilir.



Şekil 1. Lojistik Model (AKALP, 2003).
Figure 1. Logistic Model

3.2.2. Monomoleküler Model ve Mitscherlich Kanunu

Bu model, biyolojiye fiziko-kimyadan girmiştir (EFE, 1990). Bu modelde, (t) yaşındaki artım ($A-Y_t$) farkıyla orantılı kabul edilmektedir. Buna göre artım denklemi; $(dY/dt)=k(A-Y_t)$ ($k>0$) olarak yazılabilmektedir. Denklem düzenlenerek entegrali alınırsa;

$$\begin{aligned} \frac{dY}{A-Y} &= k \cdot dt \Rightarrow \int \frac{dY}{A-Y} = k \int dt \Rightarrow \ln C - \ln|A-Y| = kt \Rightarrow \\ \ln \frac{C}{A-Y} &= \ln e^{kt} \\ \Rightarrow \frac{C}{A-Y} &= e^{kt} \Rightarrow A-Y = \frac{C}{e^{kt}} \Rightarrow A-Y = C \cdot e^{-kt} \Rightarrow \\ Y &= A - C \cdot e^{-kt} \\ \Rightarrow Y_t &= A \left(1 - \frac{C}{A} \cdot e^{-kt} \right) \end{aligned}$$

büyüme denklemi elde edilir. Denklemden, $b = \frac{C}{A}$ yazılırsa;

$$\Rightarrow Y_t = A \left(1 - b \cdot e^{-kt} \right) + e_t$$

bulunur. Bu denkleme monomoleküler fonksiyon adı verilmektedir (RICHARDS, 1959). Monomoleküler büyüme fonksiyonunun sabitleri şunlardır;

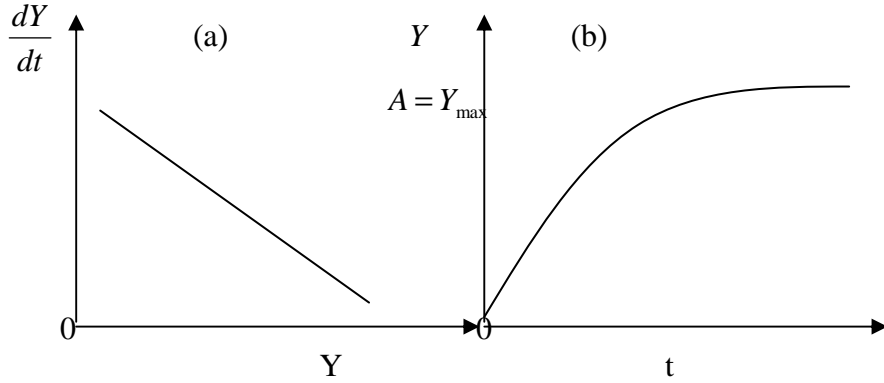
- A= Asimtotik büyüklük (mm, cm veya m.),
- Y_t = t yaşındaki büyüklük (mm, cm veya m.),
- b= Canlının başlangıç büyüklüğüne ait bir ölçü (sabit),
- k= Etkinlik katsayısı,
- t= Yaş (yıl),
- e= 2,71828,
- e_t = Hata terimi.

AKALP (2003), atfen Monomoleküler büyüme modelinin büküm noktası yoktur. Monomoleküler büyüme modelinin bükülme noktasının olmaması bu fonksiyonun kullanılmasını sınırlamaktadır. Artım ile büyüklük arasındaki ilişki azalan bir doğru şeklindedir (Şekil 2).

Monomoleküler büyüme modeline doğrusal olmayan regresyon analizinin uygulanmadan önce parametrelerin başlangıç değerlerinin tahmin edilmesi gerekir. Monomoleküler büyüme modelinde A (asimtotik) değerinin başlangıç tahmin değeri gözlenen verilere ait en büyük değerden büyük ve ona yakın bir değer alınacaktır. Diğer bir parametre olan b'nin başlangıç değerinin tahmin etmek için gözlenen verilere ait ilk boy (t=0) değeri ile A parametresinin başlangıç değeri modelde yerine konularak elde edilecektir. k parametresinin tahmin etmek için bir önceki A ve b değerlerini kullanarak (t=1) boy değeri için Monomoleküler büyüme modelinde yerine konularak k'nın başlangıç değeri bulunur. Bulunan bu değerler doğrusal olmayan regresyon analizinde parametrelerin başlangıç değerleri olarak alınır ve yapılan analiz sonucunda bulunan yeni parametre değerleri ilgili büyüme modelinde yerine konularak, gözlenen veriler için tahmini Monomoleküler büyüme modeli elde edilir.

Monomoleküler modelde, asimtotik büyüklük (A) yerine büyüme sınırlayıcı nitelikteki bir faktörün mevcut en büyük değerinin alınması ile

Mitscherlich Yasası'nın matematiksel ifadesi elde edilir. Denklemdaki (k) katsayısına "Etkinlik Katsayısı" (Wirkungsfaktör) adı verilmektedir. Bu model, toprak rutubeti, toprak azotu gibi edafik faktörlerle ilgili olarak ortaya konmuştur (GÜNEL, 1978).



Şekil 2. Monomoleküler Modelde Artım (a) ve Büyüme (b)

Figure 2.(a) Increase and Growth (b) According to Monomolecular Model

Bilindiği gibi yetersiz beslenme ya da aşırı beslenme (zehirlenme) canlının yaşamını ve gelişmesini dolayısıyla da üretimini önemli ölçüde etkilemektedir. Canlı, minimum miktardaki bir besin ile ancak yaşamını sürdürebilir. Besin miktarı bir optimum noktaya doğru arttıkça canlının üretimi de artar. Optimum noktadan sonra bir düşüş gösterir. Nihayet bir maksimum noktada zehirlenme başlayabilir. Canlının üretim miktarı, diğerlerine oranla en yetersiz ya da en aşırı durumdaki faktöre göre belirlenir (LIEBIG'in minimum yasası). Bu faktörün optimumuna yaklaştırılması ölçüsünde üretim de önce hızlı, sonra yavaş olarak artmaktadır. Örneğin su ihtiyacının yüksek sıcaklıkta artması gibi (AKALP, 2003).

Mitscherlich yasasına göre yetersiz olan bir üretim faktörü (x), dx kadar artırılırsa (W) üretim miktarı da dW kadar artacaktır. Üretim miktarı (W) ile üretim faktörü (x) 'in artışları arasındaki oran ($\frac{dW}{dx}$); ulaşabilecek en büyük üretim miktarı (W_{mak}) ile mevcut üretim miktarı (W) arasındaki farka bağlı bir fonksiyon olacaktır. Yani;

$$\frac{dW}{dx} = k \cdot (W_{mak} - W)$$

yazılabilecektir. Buradan;

$$\frac{dW}{W_{mak} - W} = k \cdot dx \int \frac{dW}{W_{mak} - W} = \int k dx \rightarrow -Ln|W_{mak} - W| = kx - LnC \rightarrow$$

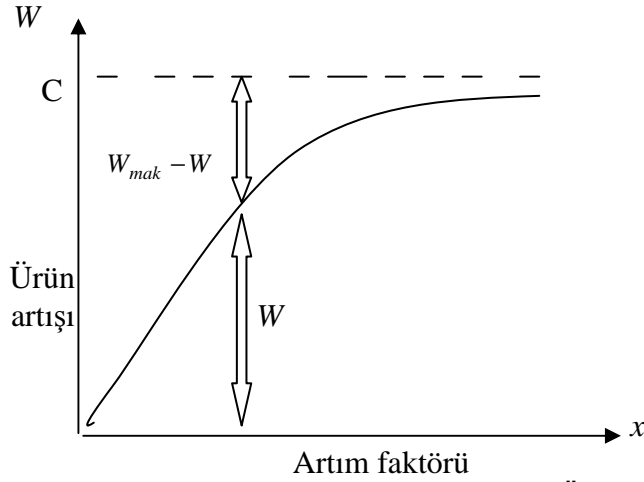
$$LnC - Ln|W_{mak} - W| = kx \rightarrow Ln\left|\frac{C}{W_{mak} - W}\right| = Ln(e^{kx}) \rightarrow \left|\frac{C}{W_{mak} - W}\right| = (e^{kx})$$

$$W_{mak} - W = \frac{C}{e^{kx}} \rightarrow W_{mak} - W = Ce^{-kx} \rightarrow W = W_{mak} - Ce^{-kx} \rightarrow$$

$$W = W_{mak} \left(1 - \frac{C}{W_{mak}} e^{-kx}\right) \text{ denklemde } b = \frac{C}{W_{mak}} \text{ denilirse}$$

$$W = W_{max} (1 - be^{-kx})$$

şeklinde Monomoloküler büyüme modeli elde edilmektedir. Burada (x) faktörünün dozu azamiye yaklaştıkça, üretim artış hızı azalmaktadır. Bu yüzden Mitscherlich Yasasına “Azalan Verim Yasası” adı da verilmektedir (Şekil 3) (AKALP, 2003).



Şekil 3. Mitscherlich Yasasına Göre Artım Faktörü-Ürün Artışı Grafiği (AKALP, 2003).

Figure 3. The Graphic of Increase Factor-Quantity According to Mitscherlich Law.

Kanunun uygulamadaki yetersizliklerini gidermek amacıyla, bizzat Mitscherlich tarafından, matematiksel ifade üzerinde değişiklik yapılmış ve (t) yerine bir ferdin gelişmesine uygun çevre değeri (U) alınmıştır. Birim sahadaki hâsıla söz konusu olduğunda (U) yerine sıklığı almanın daha isabetli olacağını kabul etmiştir (SHINOZAKI VE KIRA, 1956).

Mitscherlich fonksiyonunda;

$$I) x=0 \text{ için } W=0$$

II) x ve W negatif değerler almadıklarından, x'in artması W

değerini artıracak, buna karşılık $\frac{dW}{dx}$ oranı azalacaktır.

$$III) \lim_{x \rightarrow \infty} W = \lim_{x \rightarrow \infty} W_{mak} \left(1 - be^{-kx} \right) \rightarrow W_{mak} \text{ olacaktır.}$$

GÜNEL (1978), atfen Lojistik model gibi, Mitscherlich modeli de sabit genel hâsıla varsayımını kullanmaktadır. Böyle bir varsayım, Mitscherlich'in kabulünün aksine, (k) katsayısının zamana bağlı bir değişken olmasını gerektirir. Zira Lojistik denkleme karşılaştırıldığında, k katsayısının $A(Y_t/Y_{max})$ ifadesine eşit, dolayısı ile zamanın bir fonksiyonu olduğu görülür. Ancak, Y'nin asimtotik büyüklüğe yaklaştığı ileri yaşlarda (k) katsayısı sabit kabul edilebilir. Ayrıca, Mitscherlich modeli maksimum büyüklüğe ulaşmaya kadar fertler arasında rekabetin devam ettiğini kabul etmektedir. Bu model nispeten dar aralıklarda başarı ile kullanılmıştır.

3.2.3. Gompertz Modeli

Gompertz fonksiyonu, lojistik, monomoleküler gibi üç parametrelili bir fonksiyondur. Fakat parametreleri çift üstel halindedir. Gompertz modelinde artım, büyüklük ve (A/Y) oranının logaritması ile orantılı kabul edilmektedir ($A = Y_{max}$).

$$\Rightarrow \frac{dY}{dt} = k \cdot Y \cdot \ln \frac{A}{Y} \text{ Bu denklemin diferansiyeli ile de;}$$

$$\Rightarrow \int \frac{dY}{Y \cdot \ln \left(\frac{A}{Y} \right)} = k \cdot \int dt \Rightarrow \text{Açıklama:}$$

$$u = \ln\left(\frac{A}{Y}\right) \rightarrow du = \frac{-A}{\frac{Y^2}{A}} \cdot dY = -\frac{dY}{Y}$$

$$du = -\frac{dY}{Y} \rightarrow \frac{dY}{Y} = -du \Rightarrow -\int \frac{du}{u} = k \cdot \int dt \rightarrow -\ln|u| = k \cdot t \Rightarrow$$

$$\ln\left|\frac{1}{u}\right| = \ln e^{kt} \rightarrow u = \frac{1}{e^{kt}} = e^{-kt} \Rightarrow \ln\left(\frac{A}{Y}\right) = b \cdot e^{-kt} \rightarrow \ln\left(\frac{A}{Y}\right) = \ln e^{be^{-kt}} \Rightarrow$$

$$\frac{A}{Y} = e^{be^{-kt}} \rightarrow Y = \frac{A}{e^{be^{-kt}}} = A \cdot e^{-be^{-kt}} \Rightarrow Y_t = A \cdot e^{-be^{-kt}} + e_t$$

büyüme fonksiyonu elde edilir

- A= Asimtotik büyüklük (mm, cm veya mt.),
- Y_t = t yaşındaki büyüklük (mm, cm veya mt.),
- b= Canlının başlangıç büyüklüğüne ait bir ölçü (sabit),
- k= Büyüme sabiti,
- t= Yaş (yıl),
- e= 2,71828,
- e_t = Hata terimi.

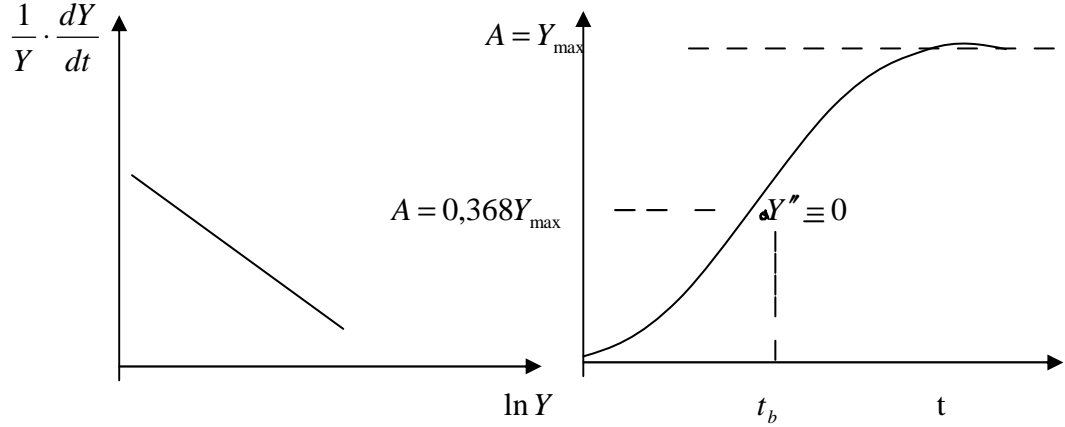
Gompertz fonksiyonu birçok açıdan lojistik fonksiyona benzemektedir. Ancak büyüme eğrisi simetrik değildir. Büküm noktasındaki Y değeri;

$$Y_b = \frac{Y_{\max}}{e} = \frac{A}{e} \text{ veya } Y_b = 0,368Y_{\max} \text{ 'dır (GÜNEL, 1978).}$$

Birim artım ile $\ln(Y)$ arasındaki ilişki doğrusaldır. (k) bu doğrunun azalma hızını göstermektedir. Gompertz modelinin artım ve büyüme eğrileri Şekil 4'de verilmiştir.

Gompertz büyüme modelinde A (asimtotik) değerinin başlangıç tahmin değerinin alınmasında gözlenen verilere ait en büyük değerden büyük ve ona yakın bir değer alınacaktır. Diğer bir parametre olan b'nin başlangıç değerinin tahmin etmek için gözlenen verilere ait ilk boy (t=0) değeri ile A parametresinin başlangıç değeri modelde yerine konularak elde edilecektir. Diğer bir parametre olan k'yı tahmin etmek için bir önceki A ve b değerlerini kullanarak bir yaşındaki boy değeri için Gompertz büyüme modelinde yerine konularak k'nın başlangıç değeri bulunacaktır. Bulunan bu değerler doğrusal olmayan regresyon analizinde parametrelerin başlangıç değerleri olarak alınıp büyüme modeli

tanımlandıktan sonra yapılan analiz sonucunda bulunan yeni parametre değerleri ilgili büyüme modelinde yerine konularak, gözlenen veriler için tahmini Gompertz büyüme modeli elde edilecektir.



Şekil 4. Gompertz Modelinde Artım ve Büyüme Eğrileri.

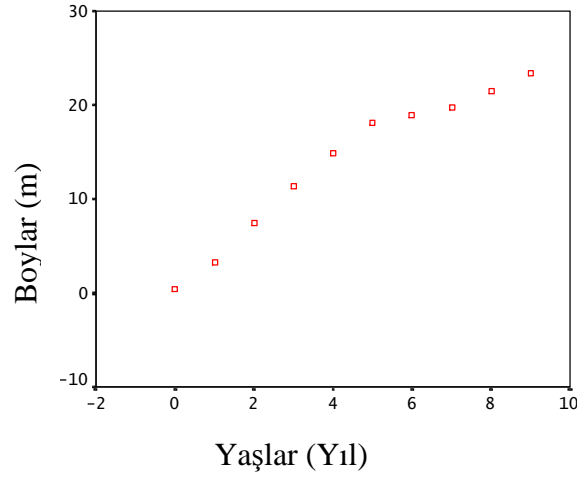
Figure 4. Increase and Growth Curves According to Gompertz Model

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1. Lojistik (Otokatalik) Model

Lojistik büyüme modeline, bu çalışmada kullanılan okalıptüs (*Eucalyptus camaldulensis* Dehn.) ait verilerle doğrusal olmayan regresyon analizi uygulamadan önce büyüme modelinde yer alan parametrelerin başlangıç değerlerinin tahmin edilmesi gerekir. Modeldeki C (asimtotik) parametresinin başlangıç tahmin değerinin alınmasında, gözlenen verilere ait yaş-boy grafiğinde (Şekil 5) en büyük yaşa ait olan $Y_9=23,4$ metre değerinden büyük ve ona yakın olan $C=25$ metre alınmıştır. Diğer bir parametre olan A'nın başlangıç değerinin tahmin etmek için gözlenen verilere ait $Y_0=0.41$ metre dikim boy değeri ile $C=25$ metre asimtotik değerleri modelde yerine konularak elde edilen $A=4.09$ parametrenin başlangıç değeri olarak alınmıştır. B parametresinin tahmin etmek için bir önceki $C=25$ metre ve $A=4.09$ değerlerini kullanarak ($t=1$) ve $Y_1=3.23$ boy değeri Lojistik büyüme modelinde yerine konulup $B=-2.18$ başlangıç değeri bulunmuştur (EK-1). Bulunan bu değerler doğrusal

olmayan regresyon analizinde, parametrelerin başlangıç değerleri olarak alınmıştır. Yapılan analizde iterasyon sonucunda bulunan yeni parametre değerleri Tablo 2’de verilmiştir. Buna bağlı olarak iterasyon sayısı ile hata kareler ortalaması arasındaki grafiksel ilişki Şekil 6’da verilmiştir. Doğrusal olmayan regresyon analizinde, belirtme katsayısı $R^2=0,9965$ olarak hesaplanmıştır (Tablo 3).



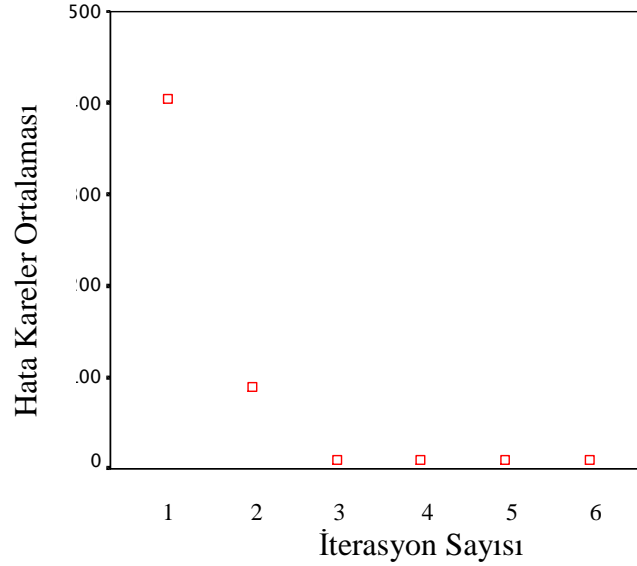
Şekil 5. Ortalama Boy ve Yaş Dağılımı.

Figure 5. Mean Height and Age Distribution

Tablo: 2- Lojistik Büyüme Modeli Regresyon Denkleminin Parametre Değerleri.

Table: 2-The Parameter Values of Regression Equation According to Logistic Growth Model

| İterasyon Sayısı | Hata Kareler Toplamı | C | A | B |
|------------------|----------------------|------------|------------|-------------|
| 1 | 405,1456853 | 25,0000000 | 4,09000000 | -2,1800000 |
| 2 | 89,83811429 | 19,4602877 | 1,59182609 | -0,51498532 |
| 3 | 9,595812171 | 21,4610280 | 2,34487190 | -0,77732881 |
| 4 | 8,713139619 | 21,8829866 | 2,37293494 | -0,78266822 |
| 5 | 8,712864201 | 21,8861950 | 2,36854234 | -0,78137086 |
| 6 | 8,712859903 | 21,8867290 | 2,36888145 | -0,78140378 |



Şekil 6. Lojistik Büyüme Modelinde Hata Kareler Ortalaması ile İterasyon Sayısına ait Grafik Dağılımı.

Figure 6. Graphic Dispersion Belong to Iteration Number with Error Mean Square According to Logistic Growth Model

Analizler sonucunda bulunan parametre değerleri büyüme modelinde yerine konup elde edilen Lojistik büyüme denklemi;

$$\hat{Y} = \frac{21.89}{1 + e^{2.369 - 0.781 * t}}$$

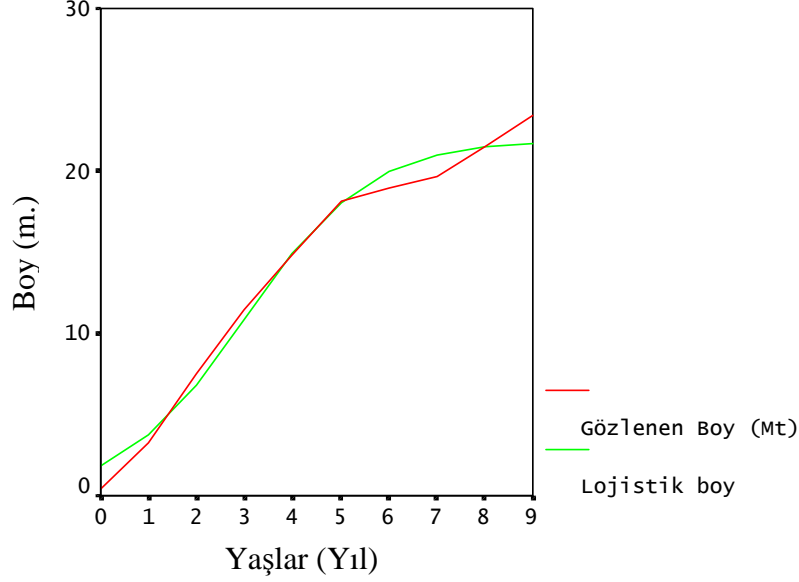
olarak elde edilir. Bu denklemden hareketle: *Eucalyptus camaldulensis* Dehn.'in Lojistik büyüme grafiği Şekil 7'deki gibi tahmin edilir.

Tablo: 3- Lojistik Büyüme Modeli Regresyon Analiz Sonuçları.

Table : 3- Results of Regression Analysis According to Logistic Growth Model.

| Varyasyon Kaynağı | Serbestlik Derecesi | Kareler Ortalaması |
|-------------------|---------------------|--------------------|
| Regresyon | 3 | 830.69611** |
| Hata | 7 | 1.24469 |
| Genel | 10 | |

** : P < 0.01



Şekil 7. Lojistik Büyüme ve Ortalama Boy Grafiği
Figure 7. Logistic Growth and Mean Height Graphic

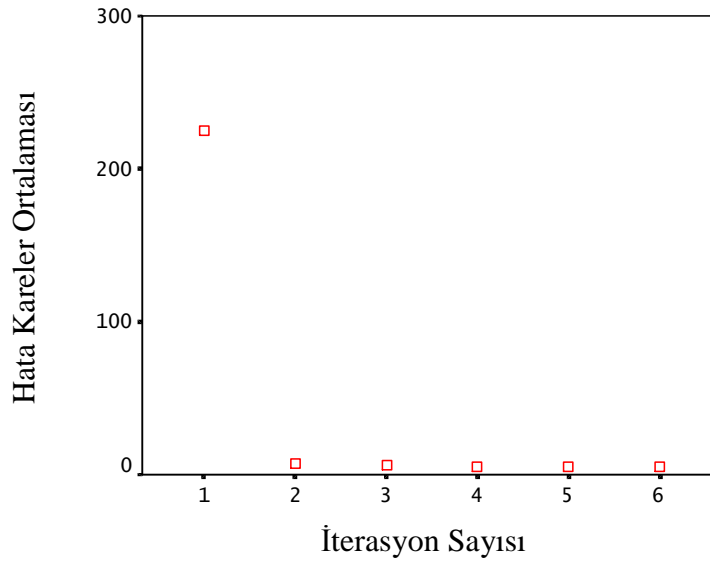
4.2. Monomoleküler Model ve Mitscherlich Kanunu

Monomoleküler büyüme modelinin A (asimtotik) başlangıç tahmin değerinin alınmasında gözlenen verilere ait en büyük yaşa ait değerden büyük ve ona yakın olan $A=25$ metre alınmıştır. Diğer bir parametre olan b'nin başlangıç değerinin tahmin etmek için gözlenen verilere ait ilk ($t=0$) için $Y_0=0.41$ metre boy değeri ile asimtotik büyüklük ($A=25$ metre) büyüme modelinde yerine konularak elde edilen $b=0.98$ parametrenin başlangıç değeri alınmıştır. Üçüncü bilinmeyen k parametresinin başlangıç değerini tahmin etmek için bir önceki $A=25$ metre ve $b=0.98$ değerlerini kullanarak ($t=1$) için $Y_1=3.23$ boy değeri büyüme modelinde yerine konulup $k=-0.12$ başlangıç değeri bulunmuştur (EK-2). Bulunan bu rakamlar büyüme modelinde parametrelerin başlangıç değerleri olarak alınmıştır. Yapılan doğrusal olmayan regresyon analizinin iterasyonu sonucunda bulunan yeni parametre değerleri Tablo 4'de verilmiştir. Buna bağlı olarak iterasyon sayısı ile hata kareler ortalaması arasındaki grafiksel ilişki Şekil 8'de verilmiştir. Regresyon analizinde, belirtme katsayısı $R^2=0,99789$ olarak hesaplanmıştır (Tablo 5).

Tablo: 4- Monomoleküler Büyüme Modeli Regresyon Denkleminin Parametre Değerleri.

Table : 4- The Parameter Values of Regression Equation According to Monomolecular Growth Model

| İterasyon Sayısı | Hata Kareler Toplamı | A | b | k |
|------------------|----------------------|------------|------------|-------------|
| 1 | 225,1348064 | 25,0000000 | 0,98000000 | 0,120000000 |
| 2 | 7,243908746 | 27,2778416 | 1,01995040 | 0,190237619 |
| 3 | 5,684154807 | 29,8725236 | 1,01296529 | 0,163453626 |
| 4 | 5,265517872 | 29,9773705 | 1,01456364 | 0,166461156 |
| 5 | 5,265473613 | 30,0000350 | 1,01445527 | 0,166233817 |
| 6 | 5,265473453 | 29,9987164 | 1,01446315 | 0,166248412 |



Şekil 8. Monomoleküler Büyüme Modelinde Hata Kareler Ortalaması ile İterasyon Sayısına Ait Grafik Dağılımı.

Figure 8. Graphic Dispersion Belong to Iteration Number with Error Mean Square According to Monomolecular Growth Model

Analizler sonucunda bulunan parametre değerleri büyüme modelinde yerine konup elde edilen Monomoleküler büyüme denklemi;

$$\hat{Y} = 30[1 - 1.014e^{-0.166t}]$$

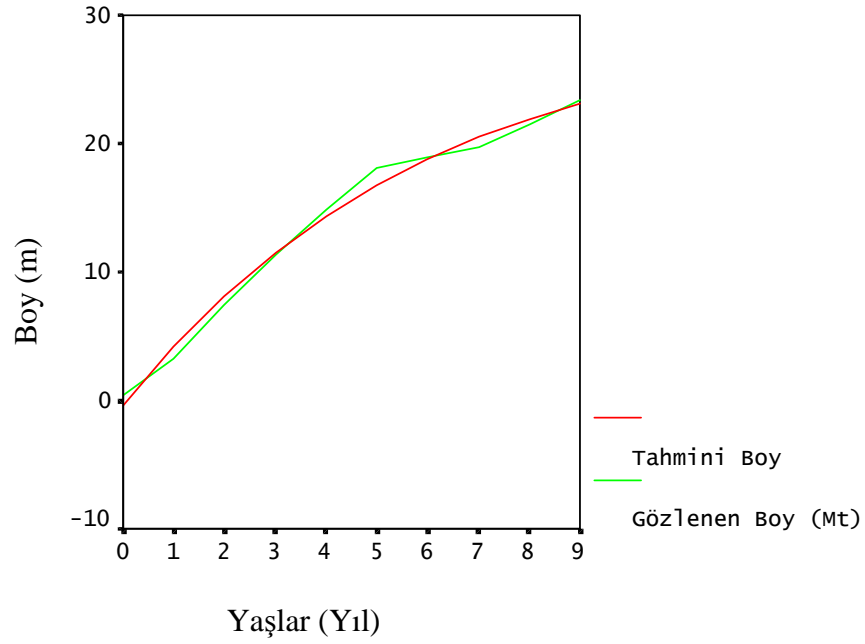
olarak tahmin edilir. Bu tahmin denklemden hareketle; *Eucalyptus camaldulensis* Dehn.'in Monomoleküler büyüme grafiği Şekil 9'daki gibi tahmin edilir

Tablo: 5- Monomoleküler Büyüme Modeli Regresyon Analiz Sonuçları.

Table : 5- Results of Regression Analysis According to Monomolecular Growth Model

| Varyasyon Kaynağı | Serbestlik Derecesi | Kareler Ortalaması |
|-------------------|---------------------|--------------------|
| Regresyon | 3 | 831.84524** |
| Hata | 7 | 0.75221 |
| Genel | 10 | |

** : $P < 0.01$



Şekil 9. Ortalama Boy ve Monomoleküler Büyüme Grafiği.

Figure 9. Mean Height and Monomolecular Growth Graphic.

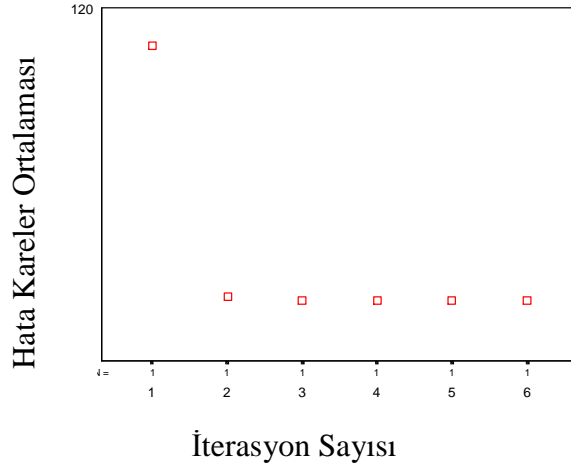
4.3. Gompertz Modeli

Doğrusal olamayan büyüme modellerinde regresyon analizi uygulamadan önce modelde yer alan parametrelerin tahmin edilmesi gerekir. Gompertz büyüme modelinin A (asimtotik) parametresinin başlangıç tahmin değerinin alınmasında gözlenen verilere ait en büyük yaşa ait değerden büyük ve ona yakın olan $A=25$ metre alınmıştır. Diğer bir parametre olan b'nin başlangıç değerinin tahmin etmek için gözlenen verilere ait ilk ($t=0$) için $Y_0=0.41$ metre boy değeri ile A parametresini başlangıç değerleri büyüme modelinde yerine konularak elde edilen $b=4.11$ parametrenin başlangıç değeri olarak alınmıştır. Modelde yer alan k parametresinin başlangıç değerini tahmin etmek için bir önceki $A=25$ metre ve $b=4.11$ değerlerini kullanarak ($t=1$) için $Y_1=3.23$ boy değeri Monomoleküler büyüme modelinde yerine konulup $k=0.697$ başlangıç değeri bulunmuştur (EK-3). Bulunan bu değerler ilgili büyüme modelinin doğrusal olamayan regresyon analizinde parametrelerin başlangıç değerleri olarak alınmıştır. Yapılan doğrusal olamayan regresyon analizinin iterasyonu sonucunda bulunan yeni parametre değerleri Tablo 6 verilmiştir. Buna bağlı olarak iterasyon sayısı ile hata kareler ortalaması arasındaki grafiksel ilişki Şekil 10'da verilmiştir. Regresyon analizinde, belirtme katsayısı $R^2=0,99843$ olarak hesaplanmıştır (Tablo 7).

Tablo: 6- Gompertz Büyüme Modeli Regresyon Denkleminin Parametre Değerleri.

Table : 6- The Parameter Values of Regression Equation According to Gompertz Growth Model

| İterasyon Sayısı | Hata Kareler Toplamı | A | b | k |
|------------------|----------------------|------------|------------|-------------|
| 1 | 104,9318598 | 25,0000000 | 4,11000000 | 0,697000000 |
| 2 | 5,550329894 | 22,3675464 | 2,88353468 | 0,498709417 |
| 3 | 3,922967217 | 23,0093280 | 3,13515881 | 0,491772823 |
| 4 | 3,919262836 | 23,0667456 | 3,11801533 | 0,488604855 |
| 5 | 3,919242190 | 23,0702436 | 3,11810417 | 0,488460165 |
| 6 | 3,919242037 | 23,0705802 | 3,11798333 | 0,488435951 |



Şekil 10. Gompertz Büyüme Modelinde Hata Kareler Ortalaması ile İterasyon Sayısına Ait Grafik Dağılımı.

Figure 10. Graphic Dispersion Belong to Iteration Number with Error Mean Square According to Gompertz Growth Model

Tablo: 7- Gompertz Büyüme Modeli Regresyon Analiz Sonuçları.

Table : 7- Results of Regression Analysis According to Gompertz Growth Model

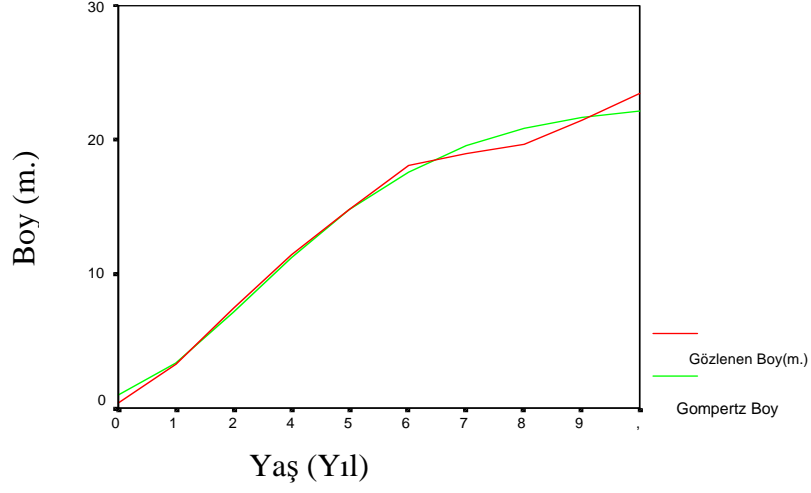
| Varyasyon Kaynağı | Serbestlik Derecesi | Kareler Ortalaması |
|-------------------|---------------------|--------------------|
| Regresyon | 3 | 832.29399** |
| Hata | 7 | 0.55989 |
| Genel | 10 | |

** : P < 0.01

Analizler sonucunda bulunan parametre değerleri büyüme modelinde yerine konup elde edilen Gompertz büyüme denklemi;

$$\hat{Y} = 23.07e^{-3.12e^{0.488t}}$$

olarak tahmini edilir. Bu denklemden hareketle; *Eucalyptus camaldulensis* Dehn.'in Gompertz büyüme grafiği Şekil 11'deki gibi tahmin edilir.



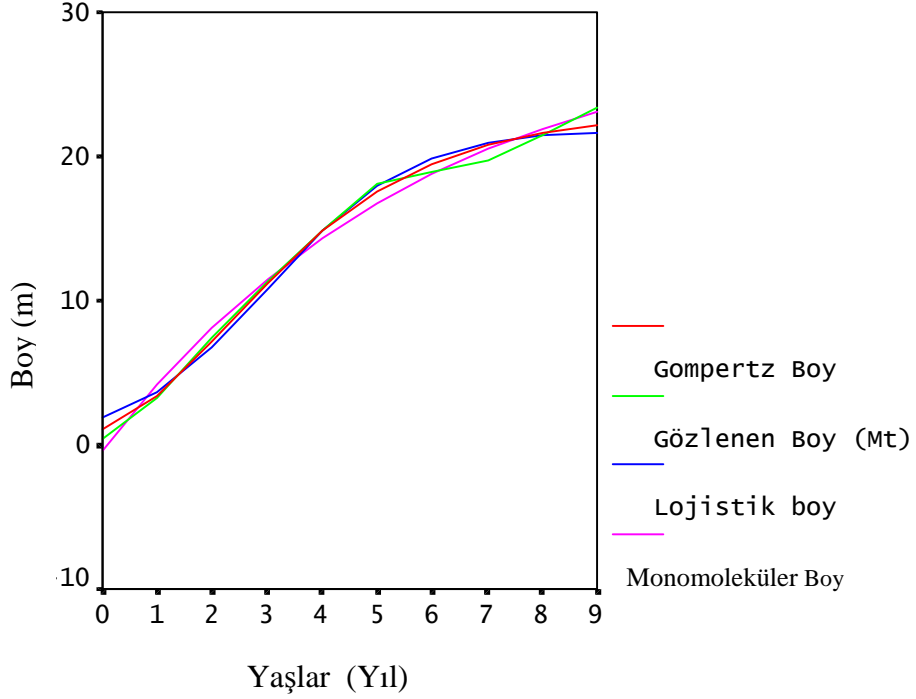
Şekil 11. Ortalama Boy ve Gompertz Büyüme Grafiği.
Figure 11. Mean Height and Gompertz Growth Graphic

Tablo: 8- Tahmin Edilen Lojistik, Monomoleküler ve Gompertz Büyüme Modelleri.

Table : 8- Estimation Logistic, Monomolecular and Gompertz Growth Models.

| Modelin Adı | Tahmin Edilen Model |
|---------------|--|
| Lojistik | $\hat{Y} = \frac{21.89}{1 + e^{2.369 - 0.781t_i}}$ |
| Monomoleküler | $\hat{Y} = 30(1 - 1.014e^{-0.166t})$ |
| Gompertz | $\hat{Y} = 23.07e^{-3.12e^{-0.488t}}$ |

Tablo 8’de, tahmin edilen büyüme modeller verilmiştir. Şekil 12’de ise; tahmin edilen büyüme modelleri ile ortalama boy değerler aynı grafikte verilmiştir.



Şekil 12. Ortalama Boy, Lojistik, Monomoleküler ve Gompertz Büyüme Modellerine Ait Yaş-Boy Grafiği
 Figure 12. Age-Height Graphic Belong to Mean Height, Logistic, Monomolecular and Gompertz Growth Models'

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Doğrusal olmayan modeller olan asimtotik büyüme fonksiyonlarında parametrelerin başlangıç değerlerinin elde edilmesinde birçok metot kullanılabilir. Bu çalışmada kullanılan metot, üç büyüme modelinde asimtotik büyüklüğün ($A=C$) başlangıç değeri gözlenen en büyük ortalama boy değerinden büyük ve ona yakın olan 25 metre olarak alınmıştır. Büyüme modellerindeki diğer parametrelerin başlangıç tahmin değerleri metot ve eklerde verilen yöntem uygulanmıştır(EK-1.2.3). Bulunan parametrelerin başlangıç değerlerini kullanarak doğrusal olmayan regresyon analizi sonucunda iterasyonla bulunan parametrelerle ilgili büyüme modeli tahmin edilmiştir.

Lojistik büyüme modelin büküm noktasına göre simetrik olması, büyümeye karşı gösterilen çevre direncinin fidanlık ve yaşlılık döneminde de aynı olduğunu ifade eder. Bu durum, biyolojik gerçeğe ve gözlenen duruma uymamaktadır. Monomoleküler büyüme modelinin Lojistik büyüme modelinden daha iyi sonucu vermesi nedeni fertler arasındaki rekabetin devam ettiğinin kabul etmesi, nispeten dar aralıklarda başarılı sonuçlar verebilmesindedir.

Gompertz büyüme modelin büküm noktasına sahip olması ile Lojistik modele benzemekte, fakat büyüme eğrisinin simetrik olmaması, yani büyümeye karşı gösterilen çevre direncinin fidanlık ve yaşlılık döneminde farklı olduğunu ifade eder. Bu durum, onun lojistik büyüme modelinden daha iyi tahmin verdiğini göstermektedir.

Eucalyptus camaldulensis Dehn. klon denemesinden elde edilen sonuçlara göre en küçük HKO ve en yüksek belirtme katsayısı $R^2=0.9984$ ile Gompertz büyüme modelinde çıkmıştır (Tablo 9). Gözlenen ortalama boy-yaş ile bu çalışmada ele alınan üç büyüme modeline ait tahmini yaş-boy grafiği Şekil 12'de görülmektedir.

Büyüme denklemlerinde yer alan parametrelerin tahmin edilmesinde kullanılan regresyon yöntemi, ölçümlerin eşit zaman aralıklarında elde edilmiş olması gibi bir kısıtlamayı gerektirmez. Ayrıca, bazı zaman aralıklarında birden fazla ölçüm değeri olduğunda bu zaman aralığı için, tek bir ortalama değeri alarak bu değer in regresyonda kullanılması esasına dayanmaktadır.

Tablo: 9- Lojistik, Monomoleküler ve Gompertz Büyüme Modellerine Ait Belirtme Katsayıları (R^2) ve Hata Kareler Ortalaması.

Table: 9- Error Mean Square and Coefficients belong to Logistic, Monomolecular and Gompertz Growth Models.

| | Lojistik Model | Monomoleküler Model | Gompertz Modeli |
|------------------------------|----------------|---------------------|-----------------|
| Belirtme Katsayısı (R^2) | 0.9965 | 0.9979 | 0.9984 |
| Hata Kareler Ortalaması | 1.245 | 0.75 | 0.56 |

Bu tür büyüme fonksiyonları ile ağaçların gelecek yıllarda ulaşabilecekleri boy miktarlarını önceden tahmin etmek mümkündür.

Ancak, güvenilir tahminler için hem örnek sayısının yeterli olması, hem de verilerin büyüme başlangıcı ile canlının doğal yaşayabileceği en uzun süre aralığında dengeli bir biçimde elde edilmesi gerekir. Bu çalışmadaki kullanılan verilerin ait olduğu okalıptüs (*Eucalyptus camaldulensis* Dehn.) ağacının ilk 10 yıllık büyüme periyodunu kapsamaktadır. Bu ağaç türünün Türkiye'deki işletme idare süresinin 10-12 yıl olduğu düşünülürse yeterlidir. Uzun idare süresine sahip ağaçlar için ise, idare süresine yakın miktarda elde edilecek verilerle kapsamlı ve güvenilir sonuçlar elde edilebilir. Sözü edilen büyüme modelleri ile ağaçların belirli ortamlar için yaşa göre gelişmeleri sayısal olarak saptanabildiğinden, özellikle tek ağaç büyüme modellerinin oluşturulması ve ilgili ağaç türünün idare süresinin belirlenmesinde oldukça yararlı bilgiler sağlamaktadır.

Modellerin yeterliliği, deney ve gerçek durumlarla kontrol edilerek ortaya konabilir. Ancak modellerin verilere uygunluk göstermesi modellerin başarısı hakkında her zaman bir kanıt değildir. Modelin tek bir olaya uyması doğruluğunu göstermez. Farklı durumlarda model test edilerek doğruluğu kanıtlanmaya çalışılmalıdır.

Ayrıca, başarılı bir büyüme modelinde iki isteğin dengelenmesi gerekir. Birincisi; modelin gerçek sistemi tam temsil edebilmesi, ikincisi ise modelin mümkün olduğu kadar sade olmasıdır. Doğal sistemlerin modellendirilmesinde yalnız mantık yoluyla geçerli model elde etmeye çalışmak verimsiz ve yanıltıcı olmaktadır. Model sistemin tamamını veya bir parçasını temsil edebilir. Bu alt modellerin bir araya getirilmesi ile ana model oluşturulabilir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- AKALP, T., 2003:** Büyüme Modelleri Ders Notları (Yayınlanmamış). İ.Ü. Orman Fakültesi Orman Hâsılatı ve Biyometri Anabilim Dalı, İstanbul.
- ALEMDAĞ, İ. Ş., 1978:** Meşcere Modellerinin Hazırlanmasında Etkenlik Endekslerinin Yeri ve Yeni bir etkenlik Endeksi. İ. Ü. Or. Fak. Der. İstanbul, A, 28(1), 138–149.
- CLUTTER, J. L., FORTSON, J. C., PIENAAR, L. V., BRIESTER, G. H., and BAILEY R. L., 1983:** Timber Management: A quantitative approach. John Wiley, NY. 333 p.
- EFE, E., 1990:** Büyüme Eğrileri. Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Zootekni Anabilim Dalı, Doktora Tezi (Yayınlanmamış), Adana.
- ERKAN, N., 1996:** Kızılçamda (*Pinus brutia* Ten.) Meşcere Gelişmesinin Simülasyonu. T.C. Orman Bakanlığı Güneydoğu Anadolu Ormancılık Araştırma Müdürlüğü, Elazığ, Teknik Bülten No:1, 148s.
- GAUSE, G. F., 1969:** The Struggle For Existence, Hafner Pub. Co., N. Y.
- GÜLBABA, A.G., 2002:** Okaliptüste(*Eucalyptus camaldulensis* Dehn.) Genetik İslah Çalışmaları: Klon Denemesinin Altı Aylık Sonuçları. DOA Dergisi, Tarsus, Sayı:8: 17-32.
- GÜNEL, A. H., 1978:** Tek Ağaç ve Meşcerede Artım ve Büyümenin Matematiksel Modelleri. İ. Ü. Yayın No:2408, O. F. Yayın No:254, İstanbul, 141s.
- HAMILTON, G. J., 1969:** The Dependence of Volume Increment of Individual Trees on Dominance, Crown Dimensions and Competition, Forestry 42:133-144.
- HUNT, R., 1982:** Plant Growth Curves. The functional Approach to Plant Growth Analysis. Edward Arnold, London.
- KAYACIK, H., 1982:** Orman ve Park Ağaçlarının Özel Sistematiği. İ.Ü. Orman Fakültesi, İ.Ü. Yayın No: 3013, O.F. Yayın No: 321, İstanbul, III. Cilt.
- MARTIN, G. L. And A. R. EK., 1984:** A Comparison of Competition Measures and Growth Models for Predicting Plantation Red Pine Diameter and Height Growth. For. Sci. 30: 731–743.
- NEMETH, J. C., 1973:** IUFRO Biomass Studies. Papers Presented During Meetings in Nancy, France and in Vancouver, Canada, Univ. Of Maine, 78–88.
- OPIE, J. E., 1968:** Predictability of Individual Tree Growth Using Various Definitions of Competing Basal Area. For. Sci. 4(3) : 314–323.

- ÖZCAN, G. B., 2002:** Sahilçamı (Pinus pinaster Ait.) Ağaçlandırmalarında Artım ve Büyüme. İ.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi (Yayınlanmamış). İstanbul, 145s.
- PALLEY, E.C., and W.G. OREGAN., 1961:** A Computer Tecnique for The Study of Forest Sampling Methods. Forest Science 7. 282-294.
- RICHARDS, F. J., 1959:** A Flexible Growth Function For Emprical Use. Jour. of Exp. Botany, Vol 10(29): 290–300.
- SANDLAND, R. L. ve McGILCHRIST, C. A., 1979:** Stochastic Growth Curve Analysis. Biometrics, 35:255–271.
- SARAOĞLU, Ö., 1988:** Karadeniz Yöresi Gökmar Meşcerelerinde Artım ve Büyüme. İ.Ü. Orman Fakültesi Orman Hâsılatı ve Biyometri Bilim Dalı, İstanbul, 312s.
- SCHNUTE, J., 1981:** Aversatile Growth Model With Stocastically Stable Parameters. Can. J. Fish. Aquat. Sci., 38:1128-1140.
- SHINOZAKI, K. And K. KIRA., 1956:** Intraspecific Competition Among Higher Plants VII. Jour. Ins. Polytech. Osaka City Univ. 35-72.
- USTA, H. Z., 1991:** Kızılçam (*Pinus Brutia* Ten.) Ağaçlandırmalarında Hâsılat Araştırmaları. Orman Araştırma Enstitüsü Yayınları, Antalya, Teknik Bülten No:219.
- VANCLAY, K, J., 1994:** Modelling Forest Growth and Yield. Cab International, Wallingford, ISBN 0851989136, 312s.
- YAVUZ, A., 1992:** Değişik Yaşlı Meşcerelerde Büyümenin Markov Zincirleri Yöntemi ile Analiz Edilmesi. Doktora Tezi, K.T.Ü. Fen Bil. Ens. Trabzon, 223s.
- YUANCAI, L., MARQUES, P.C. AND MACEDO, W.F., 1997:** Comparison of Schnute's and Bertalanffy-Richards' Growth Functions. Forest Ecology and Management 96(1997) 283-288.

EKLER

EK 1:

Lojistik Büyüme Modelinin Parametre Başlangıç Değerlerinin Elde Edilme Yöntemi

Okalıptüs (*Eucalyptus camaldulensis* Dehn.) klon denemesinden elde edilen yaş boy verileri:

| Yaşlar(Yıl) | Dikim Yaşı (0) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|--------------------|----------------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Ortalama Boy (Mt.) | 0.41 | 3.23 | 7.45 | 11.41 | 14.83 | 18.11 | 18.95 | 19.69 | 21.50 | 23.40 |

Yukarıda bu çalışmada kullanılan veriler verilmiştir. Lojistik büyüme modelinde C parametresi asimtotik büyüklüğü ifade eder. Modeldeki C (asimtotik) parametresinin başlangıç tahmin değerinin alınmasında, gözlenen verilere ait en büyük yaşa ait olan $Y_9=23,4$ metre değerinden büyük ve ona yakın olan $C=25$ metre alınmıştır (Şekil 4.1). Diğer bir parametre olan A'nın başlangıç değerinin tahmin etmek için gözlenen verilere ait $Y_0=0.41$ metre boy değeri ile $C=25$ metre asimtotik değerleri modelde yerine konularak

$$Y_i = \frac{C}{1 + e^{\frac{A+BT_i}{C}}} \rightarrow \frac{25}{1 + e^{A+BT_0}} \rightarrow e^A = \frac{25}{0,41} - 1$$

$$\rightarrow A = \ln\left(\frac{25}{0,41} - 1\right) = 4,09$$

elde edilen $A=4.09$ parametrenin başlangıç değeri olarak alınmıştır. B parametresinin tahmin etmek için bir önceki $C=25$ metre ve $A=4.09$ değerlerini kullanarak birinci yaştaki $Y_1=3.23$ boy değeri Lojistik büyüme modelinde yerine konulup

$$3,23 = \frac{25}{1 + e^{4,09+B*1}} \rightarrow e^{4,09+B} = \frac{25}{3,23} - 1 \rightarrow B = \ln\left(\frac{25}{3,23} - 1\right) - 4,09 = -2,18$$

$B=-2.18$ başlangıç değeri bulunmuştur.

EK 2:

Monomoleküler Büyüme Modelinin Parametre Başlangıç Değerlerinin Elde Edilme Yöntemi

Okalıptüs (*Eucalyptus camaldulensis* Dehn.) klon denemesinden elde edilen yaş boy verileri:

| Yaşlar(Yıl) | Dikim Yaşı (0) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|--------------------|----------------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Ortalama Boy (Mt.) | 0.41 | 3.23 | 7.45 | 11.41 | 14.83 | 18.11 | 18.95 | 19.69 | 21.50 | 23.40 |

$$\text{Monomoleküler büyüme modelinin } Y = A \cdot \left(1 - be^{-kt}\right)$$

A (asimtotik) başlangıç tahmin değerinin alınmasında gözlenen verilere ait en büyük yaşa ait değerden büyük ve ona yakın olan A=25 metre alınmıştır. Diğer bir parametre olan b'nin başlangıç değerinin tahmin etmek için gözlenen verilere ait ilk (t=0) için $Y_0=0.41$ metre boy değeri ile asimtotik büyüklük (A=25 metre) büyüme modelinde yerine konularak

$$0,41 = 25(1 - be^{-kt}) \rightarrow b = \frac{25 - 0,41}{25} = 0,98$$

elde edilen b=0.98 parametrenin başlangıç değeri olarak alınmıştır. Üçüncü bilinmeyen k parametresinin başlangıç değerini tahmin etmek için bir önceki A=25 metre ve b=0.98 değerlerini kullanarak (t=1) için $Y_1=3.23$ boy değeri büyüme modelinde yerine konulup;

$$3,23 = 25(1 - 0,98e^{-k1}) \rightarrow 1 - 0,98e^{-k} = \frac{3,23}{25} \rightarrow 1 - \frac{3,23}{25} = 0,98e^{-k} \rightarrow$$

$$\text{Ln}(0,98) - k = \text{Ln}\left(\frac{25 - 3,23}{25}\right) \rightarrow k = \text{Ln}(0,98) - \text{Ln}\left(\frac{25 - 3,23}{25}\right) = 0,12$$

k=-0.12 başlangıç değeri bulunmuştur.

EK 3:

Gompertz Büyüme Modelinin Parametre Başlangıç Değerlerinin Elde Edilme Yöntemi

Okalıptüs (*Eucalyptus camaldulensis* Dehn.) klon denemesinden elde edilen yaş boy verileri:

| Yaşlar(Yıl) | Dikim Yaşı (0) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|--------------------|----------------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Ortalama Boy (Mt.) | 0.41 | 3.23 | 7.45 | 11.41 | 14.83 | 18.11 | 18.95 | 19.69 | 21.50 | 23.40 |

Gompertz büyüme modelinin $Y = A \cdot e^{-be^{-kt}}$ A (asimtotik) parametresinin başlangıç tahmin değerinin alınmasında gözlenen verilere ait en büyük yaşa ait değerden büyük ve ona yakın olan A=25 metre alınmıştır. Diğer bir parametre olan b'nin başlangıç değerinin tahmin etmek için gözlenen verilerin dikim yaşına ait (t=0) için $Y_0=0.41$ metre boy değeri ile A=25 parametresini başlangıç değerleri büyüme modelinde yerine konularak

$$0,41 = 25e^{-b} \rightarrow e^{-b} = \frac{0,41}{25} \rightarrow -b = \ln\left(\frac{0,41}{25}\right) \rightarrow b = 4,11$$

elde edilen b=4.11 parametrenin başlangıç değeri olarak alınmıştır. Modelde yer alan k parametresinin başlangıç değerini tahmin etmek için bir önceki A=25 metre ve b=4.11 değerlerini kullanarak (t=1) için $Y_1=3.23$ boy değeri Monomoleküler büyüme modelinde yerine konulup

$$3,23 = 25e^{-4,11e^{-k*1}} \rightarrow \ln(3,23) = \ln(25) - 4,11e^{-k} \rightarrow$$

$$4,11e^{-k} = \ln(25) - \ln(3,23)$$

$$\ln(4,11) - k = \ln\left[\ln\left(\frac{25}{3,23}\right)\right] \rightarrow k = \ln(4,11) - \ln\left[\ln\left(\frac{25}{3,23}\right)\right] = 0,697$$

k=0.697 başlangıç değeri bulunmuştur.